異なる目的をもつ有限責任企業からなる Cournot 複占競争均衡間の比較分析*

A Comparative Equilibria Analysis of Cournot Duopoly Competition with Limited Liability and Heterogeneous Objectives

新 海 哲 哉
大 川 隆 夫[†]
岡 村 誠[‡]
播磨谷 浩 三[§]

In this paper, we consider, a la Courtnot, three types of duopoly models under demand uncertainty. Each is composed of firms with a certain type of objective and modes of corporate finance, that is, expected profit maximize (EPMLL) firms or expected sales maximize (ESMLL) firms under limited liability and expected profit maximize firms with no debt (EPMND). We explore how different objectives and modes of corporate governance of firms affect their strategic behavior and outcomes in three equilibriums. By comparing these equilibriums, we obtain some insights on the properties of equilibrium outcomes. In particular, we find that the EPMLL aggressively produces output the most but earns the least expected profit at equilibriums. In addition, we show that the ESMLL earns the most expected profit when both potential demand and demand uncertainty are very low or very high.

Tetsuya Shinkai, Takao Ohkawa, Makoto Okamura, Kozo Harimaya

* 本研究は 2009 年度科学研究費補助金基盤研究（c）（課題番号 19530227）および 2010 年度科学研究費補助金基盤研究（c）（課題番号 22530251）の課題研究成果の一部である。
† 立命館大学経済学部教授
‡ 広島大学大学院社会科学研究科教授
§ 立命館大学経営学部准教授

JEL：G32, L13, L12
キーワード：有限責任、企業の行動目的、企業金融、Cournot 複占

1　はじめに

現代経済では、多くの財市場が寡占市場であり、それら寡占市場で競争している企業は、産業組織論モデル分析で通常想定されるのと異なり、経営理念や目的、企業支配、企業金融において必ずしも同質的ではない。企業金融においては、欧米企業に多いといわれ、コーポレート・ファイナンス理論のテキストで想定される、「株主による企業統治」と日本やアジアに多いとされる「メインバンクなど金融機関による企業統治」などがある。また経済学で想定され、欧米で多いとされる企業目的は「利潤最大化」、かつての日本の高度成長期に多くの企業では、企業目的は「利潤最大化」ではなく、「売上最大化」であったとの説があり、概して欧米の企業に比べ、日本企業の売上高に占める利益の比率は低いとされてきた。企業金融における前者の有限責任に着目し、企業金融の違いが寡占競争行動に与える影響を分析した先駆的研究に Brander and Lweiss（1986）があるが、彼らは異なる企業金融タイプが混在する寡占市場の分析は行っていない。新海・大川。岡村（2009）は、「株主により企業統治」された「株主価値最大化企業」と「金融機関により企業統治」された「借入価値最大化企業」からなる Cournot 複占分析を行った。しかし、これらの研究では企業目的の違いはモデルで考慮されていない。こうした、企業の経営目的や経営者のインセンティブが寡占競争に与える影響を扱った先駆的な研究に、Fershtman and Judd（1987）がある。

そこで本稿では、Chowdhury and Haller（2009）モデルを参考に経営目的と資金調達手段の分類により再解釈し、異なる目的と有限責任か借り入れ無かの組み合わせによる複占市場を考え、彼らの分析を精緻化し新たな分析を付け加える。すなわち、2 企業の経営目的と生産の可変費用資金の調達手段（無借金（no debt）と金融機関や社債による外部借入調達（exogenous debt））により分類される 1) 両企業が無借金かつ期待利潤最大化企業である複占、2) 両企

業がともに資金を外部借入調達しかつ、期待売上を最大化する目的をもつ有限責任（limited liability）企業の複占、3) 両企業がともに資金を外部借入調達しかつ期待利潤を最大化する目的をもち、かつ有限責任企業の複占、の 3 つの Cournot 均衡を明示的に求め、それらの均衡での均衡生産量、期待利潤を比較し、需要不確実性の程度と潜在需要のパラメータにより、各複占財市場での均衡の性質の違いを特徴づけて明らかにする。第 2 節ではモデルを与え、第 3 節では両企業が無借金かつ期待利潤最大化企業である Cournot 複占均衡を導出する。また、第 4 節、第 5 節ではそれぞれ、両企業がともに期待売上を最大化する目的をもつ有限責任（limited liability）企業の Cournot 複占均衡、両企業がともに期待利潤を最大化する目的をもつ有限責任（limited liability）企業の Cournot 複占均衡を導出する。第 6 節ではこれら 3 つの均衡を比較して均衡生産量、均衡利潤の性質を明らかにし、最終節では結果をまとめ、残された研究課題に言及する。

2 モデル

本稿では、Povel and Raith（2004）のモデルを簡単化した Chowdhury and Haller（2009）モデルを参考に、規模に関して収穫一定の生産技術をもち、一定の限界費用 = 平均費用 = c で同質財を生産・供給する 2 企業からなる Cournot 複占競争を考え、上記の 2)、3) の 3 つのケースでは、企業は、外部から資金を調達するときには、生産のための可変費用 $C(q_i) = cq_i$ を外部から借入額 D_i で調達する、すなわち、

$$D_i = C(q_i) = cq_i, i = 1, 2 \tag{1}$$

となるような Brander and Lweiss（1986）でいう有限責任（limited liability）企業であるものと仮定する。

1)〜3) のいずれのケースにおいても、両企業は需要切片に需要不確実性を表す $[-\bar{z},\ \bar{z}]$ 上に分布する一様分布確率変数 $\tilde{z}(E(\tilde{z}) = 0),\ \mathrm{Var}(\tilde{z}) = 4\bar{z}^2/3)$ が含まれる、線形の逆需要関数

$$p = a + \tilde{z} - q_i - q_j,\ i, j = 1, 2 \tag{2}$$

に直面しているものとする。一様確率変数 $\tilde{z}$ の確率密度関数を $\phi(\cdot)$ は次式で与えられる。

$$\phi(z) = \frac{1}{\bar{z}-(-\bar{z})} = \frac{1}{2\bar{z}},\ z \in [-\bar{z},\ \bar{z}]$$
$$= 0, \qquad \text{otherwise}$$

ここで、分析のため技術的仮定をおく。

[仮定 1]

$$10c > a > 4c, \quad a-c > \bar{z} > a-4c$$

各企業は、それぞれ経営目的や資金調達上の違い、すなわち、期待利潤最大化企業か期待売上最大化企業かという経営目的のカテゴリーと資金調達のカテゴリーである無借金企業か有限責任企業かの組み合わせにより、それぞれ異なる目的関数をもつ。これらの目的関数の違いを表現するために、以下では利潤関数と収入関数を定義しておく。

収入関数は

$$R^i(\tilde{z},\ q_i,\ q_j) \equiv p(\tilde{z},\ q_i,\ q_j)q_i = (a+\tilde{z}-q_i-q_j)q_i,\ i,j=1,2$$

と定義でき、利潤関数は

$$\pi^i(\tilde{z},\ q_i,\ q_j) \equiv R^i(\tilde{z},\ q_i,\ q_j) - C(q_i) = (p(\tilde{z},\ q_i,\ q_j) - C(q_i))q_i$$
$$= (a+\tilde{z}-q_i-q_j-c)q_i,\ i,j=1,2 \quad (3)$$

と定義する。これらの関数を用いるとそれぞれ経営目的や資金調達上の違いの組み合わせにより、次のように定義できる。

すると、無借金でかつ期待利潤最大化企業の目的関数は

$$V^i_{ND} = \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \int_{-\bar{z}}^{\bar{z}} \pi^i(z,q_i,q_j)\phi(z)dz$$
$$= \int_{-\bar{z}}^{\bar{z}} (a+\tilde{z}-q_i-q_j-c)q_i\phi(z)dz,\ i,j=1,2 \qquad (4)$$

と表せる。また、有限責任企業は株主価値を最大化するので有限責任企業でか

つ期待利潤最大化企業すなわち、Brander and Lweiss（1987）の想定した企業の目的関数は

$$V^i_{LLPM} \equiv \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \int_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} (\pi^i(z, q_i,\ q_j) - D_i)\phi(z)dz$$
$$= \int_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} (a + \tilde{z} - q_i - q_j - c)q_i\phi(z)dz - \int_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} D_i\phi(z)dz,\ i, j = 1, 2 \quad (5)$$

と表せる。ただし、外部債務は企業が赤字のとき優先的に回収されるので $\hat{z}_{LLPM}$ は

$$D_i = \pi^i(\hat{z}_{LLPM},\ q_i,\ q_j),\ i, j = 1, 2 \quad (6)$$

で定義されるものとする。この企業は (1) により外部から借入により可変費用を調達するので、(7) 式より

$$D_i = cq_i = (a + \hat{z}_{LLPM} - q_i - q_j - c)q_i = \Pi^i(\hat{z}_{LLPM},\ q_i,\ q_j)$$

であるから、これを $\hat{z}_{LLPM}$ について解けば

$$\hat{z}_{LLPM} = 2c + q_i + q_j - a \quad (7)$$

を得る。

次に、1990 年代半ばまで日欧企業や、かつての公営企業、現代でも国や自治体に出資されてできた公益事業や第三セクター方式の株式会社に多いと思われる期待売上高最大化企業の目的関数を考える。仮定より売上最大化企業は (1) により外部から借入により可変費用を調達するので、

$$V^i_{LLSM} \equiv \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \int_{\hat{z}_{LLSM}}^{\bar{z}} (R^i(z, q_i, q_j) - D_i)\phi(z)dz$$
$$= \int_{\hat{z}_{LLSM}}^{\bar{z}} (a + z - q_i - q_j - c)q_i\phi(z)dz,\ i, j = 1, 2 \quad (8)$$

と表せる。ただし、$\hat{z}_{LLSM}$ は $R^i(\hat{z}_{LLSM},\ q_i,\ q_j) - D_i = (a + \hat{z}_{LLSM} - q_i - q_j - c)q_i = 0$、言い換えると

$$a + \hat{z}_{LLSM} - q_i - q_j = c \quad (9)$$

で定義される[1)]。

以下では、まず 1) の両企業が無借金かつ期待利潤最大化企業である Cournot 複占市場均衡を導出する。

3　両企業が無借金経営でかつ、期待利潤最大化する Cournot 複占均衡

(4) 式より q_j を所与として期待利潤を最大化する q_i を選ぶので企業 i の一階条件は、

$$\begin{aligned}\frac{\partial V_{ND}^{i}}{\partial q_i} &= \frac{\partial}{\partial q_i}\left\{\left[z^2 q_i/2 + (a-c-q_i-q_j)q_i z\right]_{-\bar{z}}^{\bar{z}}/2\bar{z}\right\}\\ &= \frac{\partial}{\partial q_i}\{(a-c-q_i-q_j)q_i\}\\ &= a-c-2q_i-q_j=0, i, j=1,2\end{aligned}$$

を得る。2 階の条件は明らかに満たされるのでこれを解くと均衡での各企業の生産量が得られ、(2)、(3) 式より期待利潤は以下のように求めることができる。

$$q_{ND}^{*C} \equiv q_{ND}^{1*} = q_{ND}^{2*} = \frac{a-c}{3} \tag{10}$$

$$\pi_{ND}^{*C} \equiv \pi_{ND}^{1*} = \pi_{ND}^{2*} = \frac{(a-c)^2}{9} \tag{11}$$

次に、次の 4 節では 2) のケース、すなわち両企業がともに資金を外部借入調達しかつ、期待利潤を最大化する目的をもつ有限責任（limited liability）企業の Cournot 複占市場均衡を導出する。

1)　(8) 式の積分範囲をみるとこれが有限責任企業であることがわかる。しかし、ここでの目的関数は収入が確率変数の実現値の範囲により D_i に満たない ($z \in [-\bar{z},\ \hat{z}_{LLSM}]$) 赤字の場合にはこの企業は、収入を優先的に債務返済に回す目的をもつことを意味する。他方、(5) 式の場合は、被積分関数が（利潤関数－借入額）になっていることから、企業の目的が、純利益が黒字部分と純利益が赤字の（利潤が外部からの債務を下回る）場合には利潤を債務返済に優先的に充当し、借り入れを部分的に返済することであることを表しているので、この意味において本稿では (5) 式により目的関数が与えられる企業を「有限責任かつ期待利潤最大化企業」と呼び、(7) 式で目的関数が与えられる企業を「有限責任かつ期待売上高最大化企業」と呼んでいる。

4 両企業がともに期待利潤を最大化する目的をもつ有限責任（limited liability）企業であるときの Cournot 複占市場均衡

この複占市場では、両企業の目的関数は (5) 式で表わされるので、q_j を所与として期待利潤を最大化する q_i を選ぶので企業 i の 1 階条件は、

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial q_i} V^i_{LLPM} &= \frac{\partial}{\partial q_i}\left\{\int_{\hat{z}}^{\bar{z}} (\pi^i(z, q_i, q_j) - D_i)\phi(z)dz\right\} \\
&= \frac{\partial}{\partial q_i}\left\{\int_{\hat{z}}^{\bar{z}} \pi^i(z, q_i, q_j)\phi(z)dz - \int_{\hat{z}}^{\bar{z}} D_i\phi(z)dz\right\} \\
&= \int_{\hat{z}}^{\bar{z}} \frac{\partial}{\partial q_i}\{\pi^i(z, q_i, q_j)\}\phi(z)dz + \pi^i(\hat{z}_{LLPM}, q_i, q_j)\phi(\hat{z}_{LLPM})\frac{\partial \hat{z}_{LLPM}}{\partial q_i} \\
&\quad - D_i f(\hat{z}_{LLPM})\frac{\partial \hat{z}_{LLPM}}{\partial q_i} \\
&= \int_{\hat{z}}^{\bar{z}} \frac{\partial}{\partial q_i}\{(a + z - q_i - q_j - c)q_i\}\phi(z)dz \quad (\because (6)) \\
&= \left[(a - c - 2q_i - q_j)z + z^2/2\right]_{\hat{z}}^{\bar{z}}/2\bar{z} \\
&= (\bar{z} - \hat{z}_{LLPM})\{2(a - c - 2q_i - q_j) + \bar{z} + \hat{z}_{LLPM}\}/2\bar{z} = 0, \\
&\qquad i, j = 1, 2
\end{aligned}
$$

上式より 1 階条件は

$$\bar{z} = \hat{z}_{LLPM} \quad or \quad 2(a - c) - 4q_i - 2q_j + \bar{z} + \hat{z}_{LLPM} = 0 \text{ となる。}$$

ところが 2 階の条件より、$\bar{z} = \hat{z}_{LLPM}$ は不適であり、$2(a - c) - 4q_i - 2q_j + \bar{z} + \hat{z}_{LLPM} = 0$ はこれを満たすことが示せるので、(7) 式を用いると一階条件は次式に書き換えられる。

$$
\begin{aligned}
&2(a - c) - 4q_i - 2q_j + \bar{z} + 2c + q_i + q_j - a \\
&\quad = a - 3q_i - q_j + \bar{z} = 0, i, j = 1, 2.
\end{aligned} \tag{12}
$$

(12) 式を q_1, q_2 について解けば、

$$q^{*C}_{LLPM} \equiv q^{1*}_{LLPM} = q^{2*}_{LLPM} = \frac{a + \bar{z}}{4} \tag{13}$$

を得る。(13) を (7) に代入すると

$$\hat{z}_{LLPM} = 2c + 2q^{*C}_{LLPM} - a = 2c + \frac{a+\bar{z}}{2} - a$$
$$= \frac{a+\bar{z}+4c-2a}{2} = \frac{\bar{z}+4c-a}{2}$$
$$\bar{z} - \hat{z}_{LLPM} = \frac{2\bar{z}-\bar{z}+(a-4c)}{2} = \frac{\bar{z}+(a-4c)}{2} > 0 \tag{14}$$

ゆえに

$$\hat{z}_{LLPM} > 0 \Leftrightarrow \bar{z} > a - 4c \tag{15}$$

(14)、(15) より $\bar{z} > a-4c > 0 \Rightarrow \bar{z} > \hat{z}_{LLPM} > 0$ となり、$\hat{z}_{LLPM} \in (-\bar{z}, \bar{z})$ である。

(13)、(5)、(2) からこの均衡での期待利潤は以下のように求めることができる。

(5) 式より均衡での各企業の期待利潤は

$$\pi^{*C}_{LLPM} \equiv V^{i*C}_{LLPM} \equiv \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \int_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} (\pi^i(z, q^{*C}_{LLPM}, q^{*C}_{LLPM}) - D_i)\phi(z)dz$$
$$= \int_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} (a+z-2q^{*C}_{LLPM}-c)q^{*C}_{LLPM}\phi(z)dz - \int_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} D_i\phi(z)dz$$
$$= \int_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} (a+z-2q^{*C}_{LLPM}-2c)q^{*C}_{LLPM}\phi(z)dz (\because (1))$$
$$= \frac{1}{2\bar{z}}\left[-\hat{z}_{LLPM}q^{*C}_{LLPM}z\right]_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} + \frac{1}{2\bar{z}}\left[\frac{z^2}{2}q^{*C}_{LLPM}\right]_{\hat{z}_{LLPM}}^{\bar{z}} \quad (\because (7))$$
$$= \frac{(\bar{z}-\hat{z}_{LLPM})}{2\bar{z}}\left(-\hat{z}_{LLPM} + \frac{\bar{z}+\hat{z}_{LLPM}}{2}\right)q^{*C}_{LLPM}$$
$$= \frac{(\bar{z}-\hat{z}_{LLPM})^2}{4\bar{z}}q^{*C}_{LLPM} = \frac{(\bar{z}+a-4c)^2}{16\bar{z}} \cdot \frac{a+\bar{z}}{4}$$
$$= \frac{(\bar{z}+a-4c)^2(a+\bar{z})}{64\bar{z}} \tag{16}$$

となる。

5 両企業がともに期待売上高を最大化する目的をもつ有限責任（limited liability）企業であるときの Cournot 複占市場均衡

この複占市場では、両企業の目的関数は (8) 式で表わされるので、(9) 式を用いると

(8) 式は

$$\pi^{*C}_{LLSM} \equiv V^{i*C}_{LLSM} = \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \int_{\hat{z}}^{\bar{z}} (R^i(z,\ q_i,\ q_j) - D_i)\phi(z)dz$$

$$= \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \int_{\hat{z}_{LLSM}}^{\bar{z}} \{(a + z - q_i - q_j - c)q_i\}\phi(z)dz$$

$$= \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \frac{(\bar{z} - \hat{z}_{LLSM})}{2\bar{z}} \left[(a - c - q_i - q_j + \frac{\bar{z} + \hat{z}_{LLSM}}{2})q_i\right]$$

$$= \underset{q_i}{\mathrm{Max}} \frac{(a - c - q_i - q_j + \bar{z})^2}{4\bar{z}} q_i \tag{17}$$

q_j を所与として期待利潤を最大化する q_i を選ぶので企業 i の 1 階条件は、次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial q_i} V^i_{LLSM} = \frac{(a - c - q_i - q_j + \bar{z})}{2\bar{z}} \left\{-q_i + \frac{(a - c - q_i - q_j + \bar{z})}{2}\right\}$$

$$= \frac{(\bar{z} - \hat{z}_{LLSM})}{2\bar{z}} \left\{-q_i + \frac{(a - c - q_i - q_j + \bar{z})}{2}\right\} = 0, \quad (\because (9))$$

ところが二階の条件より、$\bar{z} = \hat{z}_{LLSM}$ は不適であることから、上式の一階条件は

$$q_j + 3q_i - (a - c) - \bar{z} = 0,\ i, j = 1, 2$$

となる。この連立方程式を q_1, q_2 について解けば、

$$q^{*C}_{LLSM} \equiv q^{1*}_{LLSM} = q^{2*}_{LLSM} = \frac{a + \bar{z} - c}{4} \tag{18}$$

を得る。(9) 式から

$$\hat{z}_{LLSM} = c - a + 2q^{*C}_{LLSM} = c - a + \frac{a + \bar{z} - c}{2} = \frac{c - a + \bar{z}}{2} < 0,$$

ただし、最後の不等式は $a - \bar{z} > c > 0$ より成立する。

(18) 式を (17) 式に代入して整理すると、この均衡での各企業の期待利潤を次式のように得ることができる。

$$\pi^{*C}_{LLSM} \equiv V^{i*C}_{LLSM} = \frac{(a-c+\bar{z})^3}{64\bar{z}} \tag{19}$$

次節では、3 節、4 節、5 節で得られた、無借金期待利潤最大化企業の複占均衡、有限責任期待利潤最大化企業の複占均衡、有限責任期待売上高最大化企業の複占均衡の生産量、期待利潤と経済厚生を比較する。

6　3 つの複占均衡の比較

6.1　3 つの複占均衡の均衡生産量の比較

はじめに 3、4、5 節で得られた均衡での生産量を比較する。(13)、(18) 式より

$$q^{*C}_{LLPM} = \frac{a+\bar{z}}{4} > \frac{a+\bar{z}-c}{4} = q^{*C}_{LLSM} \tag{20}$$

を得、(10)、(18) 式より

$$q^{*C}_{LLSM} = \frac{a+\bar{z}-c}{4} > (<) \frac{a-c}{3} = q^{*C}_{ND} \Leftrightarrow \bar{z} > (<) \frac{a-c}{3}$$

を得る。他方、仮定 1、(14) 式より $a-c > \bar{z} > a-4c > 0$ であることを考え合わせれば

$$q^{*C}_{LLSM} = \frac{a+\bar{z}-c}{4} > \frac{a-c}{3} = q^{*C}_{ND} \Leftrightarrow a-c \geq \bar{z} > a-4c > \frac{a-c}{3} \tag{21}$$

$$q^{*C}_{LLSM} = \frac{a+\bar{z}-c}{4} < \frac{a-c}{3} = q^{*C}_{ND} \Leftrightarrow \frac{a-c}{3} > \bar{z} > a-4c \tag{22}$$

となる。ただし、仮定 1 より (21)、(22) がそれぞれ成立するためには、それぞれ

$$a-4c > \frac{a-c}{3} \Leftrightarrow 20c > a > \frac{11}{2}c \tag{23}$$

$$a-4c < \frac{a-c}{3} \Leftrightarrow 4c < a < \frac{11}{2}c \tag{24}$$

がともに成立する必要がある。また、(15) 式より $\bar{z} > a-4c > 0$ であることから当然

$$q^{*C}_{ND} - q^{*C}_{LLPM} = \frac{1}{12}(a-4c-3\bar{z}) < \frac{1}{12}(a-4c-\bar{z}) < 0$$

が成立するので

$$q^{*C}_{LLPM} > q^{*C}_{ND} \tag{25}$$

であることがわかる。これらの議論をまとめると次の命題を得る。

[**命題 1**]　財の潜在需要と需要の不確実性（分散）が十分大きいとき、すなわち

$a > \dfrac{11}{2}c, \bar{z} > a - 4c > \dfrac{a-c}{3}$ ならば、$q^{*C}_{LLPM} > q^{*C}_{LLSM} > q^{*C}_{ND}$、

財の潜在需要と需要の不確実性（分散）が比較的小さいとき、すなわち

$4c < a < \dfrac{11}{2}c, \dfrac{a-c}{3} > \bar{z} > a - 4c$ ならば、$q^{*C}_{LLPM} > q^{*C}_{ND} > q^{*C}_{LLSM}$。

命題 1 は、もっとも積極的に生産するのは、有限責任の期待利潤最大化企業であることを示している。しかし、命題 1 から有限責任の期待売上最大化企業と、無借金経営の期待利潤最大化企業の均衡での生産量の比較では、財の潜在需要と需要の不確実性（分散）が十分大きいときには、前者が後者より強気で多くを生産するが、逆に財の潜在需要と需要の不確実性（分散）が比較的小さいときには、後者のほうが前者より強気で多くの生産をすることがわかる。

次に、無借金経営利潤最大化企業の複占均衡、有限責任で期待利潤最大化企業の複占均衡、有限責任で期待売上高最大化企業の複占均衡出の各企業の期待利潤を比較する。

6.2　有限責任の期待売上最大化企業と、無借金経営の期待利潤最大化企業の均衡利潤の比較

まず、有限責任の期待売り上げ最大化企業と、無借金経営の期待利潤最大化企業が均衡で得られる期待利潤の多寡について吟味する。(11)、(19) 式より

$$\pi^{*C}_{LLSM} - \pi^{*C}_{ND}$$
$$= \frac{1}{576\bar{z}}\{9(a-c)^2 - 37\bar{z}(a-c)^2 - 20\bar{z}ac + 27\bar{z}^2(a-c) + 9\bar{z}^3\}$$
$$\propto f(\bar{z},\ a) \equiv 9(a-c)^3 - 37\bar{z}(a-c)^2 - 20\bar{z}ac + 27\bar{z}^2(a-c) + 9\bar{z}^3 \tag{24}$$

$\bar{z} > 0$ より $\mathrm{sign}(\pi^{*C}_{LLM} - \pi^{*C}_{ND}) = \mathrm{sign}(f(\bar{z}, a))$

まず初めに、潜在需要 a と不確実性の程度がともに小さいケースを検討する。

$$f(\bar{z},a)=9(a-c)^3-37\bar{z}(a-c)^2-20\bar{z}ac+27\bar{z}^2(a-c)+9\bar{z}^3$$

とおけば、これは z の 3 次関数である。z^3 の係数が正であるから

$$f_{\bar{z}}=\frac{\partial f(\bar{z},a)}{\partial z}=54\bar{z}\,(a-c)-37\,(a-c)^2-20ac+27\bar{z}^2=0$$

が $\bar{z}$ の 2 次方程式として異なる 2 実根をもてば、f は小さい方の根では極大値、大きい方の根で極小値をもつことが分かる。判別式は $D/4=27^2(a-c)^2+27(37(a-c)^2+20ac)>0$ であるから $f_{\bar{z}}=0$ は異なる 2 実根 $c-a-\frac{2}{9}\sqrt{3}\sqrt{16a^2-27ac+16c^2},\ c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ をもつことがわかる。$a-c>0$ から $c-a-\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}<c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ かつ $c-a-\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}<0$ であることがわかり、$\bar{z}>0$ であるから、これを捨てる。$\left(\frac{2}{9}\sqrt{3}\sqrt{16a^2-27ac+16c^2}\right)^2-(a-c)^2=\frac{1}{27}(-54ca+37a^2+37c^2)>0$ より $c-a-\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}<0<c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ であることがわかる。したがって、f は $z^*(a)\equiv c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ で極小値をもつ。すなわち、

$$\bar{z}<z^*(a)\equiv c-a+\tfrac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}\Leftrightarrow f_{\bar{z}}(\bar{z},a)<0,$$

$$\bar{z}>z^*(a)\equiv c-a+\tfrac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}\Leftrightarrow f_{\bar{z}}(\bar{z},a)>0 \quad (27)$$

となる。次に $c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ との比較のため $c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}-(a-c)=\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}-2(a-c)$ の符号を調べる。

$\left(\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}\right)^2-4(a-c)^2=-\frac{44}{27}a^2+4ac-\frac{44}{27}c^2<0$ を a の 2 次不等式として解けば $a>(\frac{27}{22}+\frac{7}{22}\sqrt{5})c\approx 1.9387c,(\frac{27}{22}-\frac{7}{22}\sqrt{5})c\approx 0.51580c>a$ を得る。ところが、仮定より $a>4c>(\frac{27}{22}+\frac{7}{22}\sqrt{5})c\approx 1.9387c$ であるから、$0<z^*(a)=c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}<a-c$ が成立することがわかる。

次に $z^*(a)=c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ と $a-4c$ の比較のため $c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}-(a-4c)=\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}-(2a-5c)$ の符号を調べる。

$\left(\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}\right)^2-(2a-5c)^2=-\frac{44}{27}a^2+16ac-\frac{611}{27}c^2>0$

となるのは $-\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}-108\right)c \approx 1.7133c < a < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c$ であるときである。

したがって、$4c < a < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c$ のとき

$$a-4c < z < z^*(a) \Leftrightarrow f_{\bar{z}}(\bar{z},a) < 0,\ a-c > \bar{z} > z^*(a) \Leftrightarrow f_{\bar{z}}(\bar{z},a) > 0$$

が成り立つ。一方、$f_{\bar{z}}(0,a) = -37\,(a-c)^2 - 20ac < 0$。また、$f(a-c,a) = 8\,(a-c)^3 - 20ac\,(a-c) = 8a^3 - 44a^2c + 44ac^2 - 8c^3 = 4(a-c)(-9ac + 2a^2 + 2c^2)$ $a-c > 0$ から、$-9ac+2a^2+2c^2 < (>)0$ を解けば $-\frac{1}{4}\left(\sqrt{65}-9\right)c \approx 0.2344 < 4c < a < a^*(c) = \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c, (a^*(c) \equiv \frac{1}{4}c(\sqrt{65}+9)$ $c < a)$ となるので

$$-\frac{1}{4}\left(\sqrt{65}-9\right)c \approx 0.2344 < 4c < a < a^*(c) = \frac{1}{4}c(\sqrt{65}+9)c \approx 4.2656c$$
$$\Leftrightarrow f(a-c,a) < 0, a^*(c) = \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c < a \Leftrightarrow f(a-c,a) > 0 \quad (28)$$

を得る。また、$z^*(a) = c - a + \frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ と $(a-c)/3$ を比較するため

$$\begin{aligned} z^*(a) - (a-c)/3 &= c - a + \frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)} - (a-c)/3 \\ &= \frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)} - 4(a-c)/3 \end{aligned}$$

の符号を調べると

$$\begin{aligned} &\left(\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2}\right)^2 - \frac{16}{9}(a-c)^2 \\ &\quad = \frac{64}{27}a - 4ac - \frac{16}{9}\,(a-c)^2 + \frac{64}{27}c^2 = \frac{4}{27}\left(-3ac+4a^2+4c^2\right) \end{aligned}$$

判別式 $= 9c^2 - 16c^2 = -7c^2 < 0$ より $\left(-3ac+4a^2+4c^2\right) > 0$ であるから、常に

$$z^*(a) - (a-c)/3 > 0 \quad (29)$$

が成立する。これらを勘案すると、潜在需要パラメータ a と限界費用 c に関する場合分けができる。

(i) $4c < a < a^*(c) \equiv \frac{1}{4}c(\sqrt{65}+9)c \approx 4.2656c < \frac{11}{2}c$ のとき

ここで次のように $f(a-4c, a)$ を a の 2 次関数とみなして

$$G(a) \equiv f(a-4c,a) = 9(a-c)^3 - 37(a-4c)(a-c)^2 \\ -20(a-4c)ac + 27(a-4c)^2(a-c) + 9(a-4c)^3 \qquad (30)$$

とおけば、(27)、(29) より $a-4c < \bar{z} < (a-c)/3 < z^{‘*}(a) = c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ を満たす $\bar{z}$ に対して $f_{\bar{z}}(\bar{z},\ a) < 0$、$G(4c) = f(0,\ 4c) = 243c^3 > 0$ かつ

$$f\left(\frac{1}{3}(a-c),a\right) = 9\left(\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}c\right)^3 + 27(a-c)\left(\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}c\right)^2 \\ -37(a-c)^2\left(\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}c\right) + 9(a-c)^3 - 20ac\left(\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}c\right) \\ = -\frac{20}{3}ac(a-c) < 0 \qquad (31)$$

(27) より、$(a-c)/3 < \bar{z} << z^{‘*}(a) = c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ を満たす $\bar{z}$ に対して $f_{\bar{z}}(\bar{z},a) < 0$ であり、$z^{‘*}(a) = c-a+\frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)} < \bar{z} < a-c$ を満たす $\bar{z}$ に対して $f_{\bar{z}}(\bar{z},a) > 0$ である。ところが、$4c < a < a^*(c) \equiv \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c$ であるから、(28) より $f(a-c,a) < 0$ である（図 1 を参照)。これらの議論をまとめると次の補題を得る。

[補題 1] $4c < a < a^*(c) \equiv \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c$ であるならば $(0,\ \frac{1}{12}\left(\sqrt{65}+5\right)c)$ に $f(\bar{z}^*,a) = 0$ であるような $\bar{z}^* \in (0, \frac{1}{12}\left(\sqrt{65}+5\right)c)$ が存在して、

$$\bar{z}^* > \bar{z} > 0 \Rightarrow f(\bar{z},a) > 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} > \pi^{*C}_{ND}$$
$$\frac{1}{4}\left(\sqrt{65}+5\right)c > \bar{z} > \bar{z}^* \Rightarrow f(\bar{z},a) < 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} < \pi^{*C}_{ND}$$

が成立する。

以下では、$a^*(c) = \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c < a < \frac{11}{2}c < \frac{1}{22}(\sqrt{4943}+108)c \approx 8.1048c$ のときを検討する。以下では、すべて $f(a-c,a) > 0$ となる。図 2 を参照せよ。

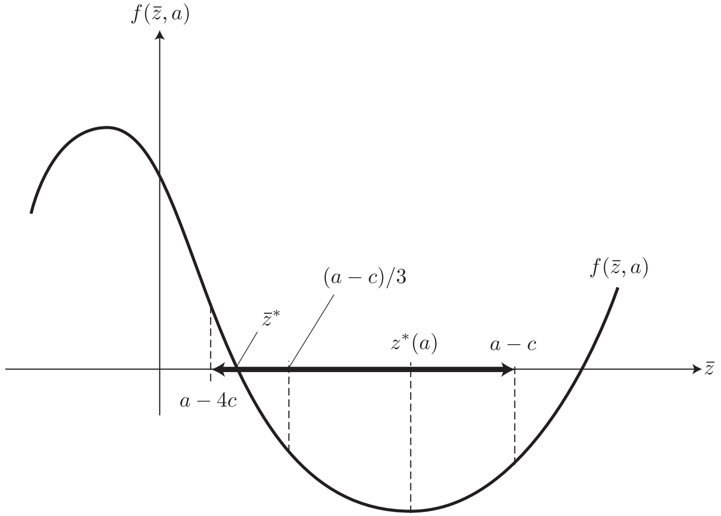

図 1　$\boldsymbol{\pi^{*C}_{LLSM}}$，$\boldsymbol{\pi^{*C}_{ND}}$ の比較

$4c < a < a^*(c) \equiv \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c$ で $f(a-c,a)<0$ であるケース (i)

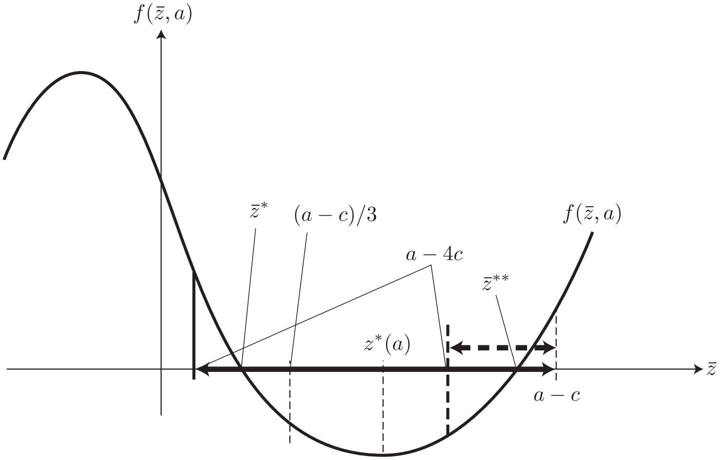

図 2　$\boldsymbol{\pi^{*C}_{LLSM}}$，$\boldsymbol{\pi^{*C}_{ND}}$ の比較　他の 3 つ、すなわち $f(a-c,a)>0$ であるケース

$a-4c$ の座標を示す縦線と $\bar{z}$ の変域を示す両矢印は破線がケース (iv)、

実線はケース (ii),(iii)

(ii) $a^*(c) \equiv \frac{1}{4}c(\sqrt{65}+9)c \approx 4.2656c < a < \frac{11}{2}c$ のとき

$$a^*(c) - 4c = \frac{1}{4}(\sqrt{65}+9)c - 4c, (\frac{11}{2}c - c)/3 = 3c/2, \frac{11}{2}c - c = 9c/2.$$

$\therefore\ \bar{z} \in (\frac{1}{4}\left(\sqrt{65}-7\right)c, \frac{9}{2}c)$ となる。(i) と同様に、(27)、(29) より $a-4c < \bar{z} < (a-c)/3 < z^{`*}(a) = c - a + \frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ を満たす $\bar{z}$ に対して $f_{\bar{z}}(\bar{z},a) < 0$ かつ $G(4c) = f(\frac{1}{4}\left(\sqrt{65}-7\right)c, \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c) = 27(2\sqrt{65}-9)c^3 \approx 192.36c^3 > 0$ かつ (31) より $f(\frac{1}{3}(a-c),a) < 0$ であるから、$\bar{z} = z^{`*}(a) = c - a + \frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)}$ で f は極小値をもつので $0 > f(\frac{1}{3}(a-c),a) > f(z^*(a),a)$ かつ (27) より $z^{`*}(a) = c - a + \frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)} < \bar{z} < a-c$ を満たす $\bar{z}$ に対して $f_{\bar{z}}(\bar{z},a) > 0$ である。加えて、$a^*(c) = \frac{1}{4}\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c < a < \frac{11}{2}c$ であることから (28) より、$f(a-c,a) > 0$ となるので、これらの議論をまとめると次の補題を得る。

[補題 2]　$a^*(c) \equiv \frac{1}{4}\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c < a < \frac{11}{2}c$ ならば $(\frac{1}{4}(\sqrt{65}-7)c,\ \frac{3}{2}c)$ に $f(\bar{z}^*,a)=0$ であるような $\bar{z}^* \in (\frac{1}{4}\left(\sqrt{65}-7\right)c, \frac{3}{2}c)$ が存在して、また $(z^{`*}(a), \frac{9}{2}c)$ に $f(\bar{z}^{**},a)=0$ であるような $\bar{z}^{**} \in (z^{`*}(a), \frac{9}{2}c)$ が存在して

$$\bar{z}^* > \bar{z} > \frac{1}{4}\left(\sqrt{65}-7\right)c, \bar{z}^{**} < \bar{z} < \frac{9}{2}c \Rightarrow f(\bar{z},a) > 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} > \pi^{*C}_{ND}$$

$$\bar{z}^* < \bar{z} < \bar{z}^{**} \Rightarrow f(\bar{z},a) < 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} < \pi^{*C}_{ND}$$

が成立する。

次に潜在需要の不確実性が比較的大きい場合を検討する。

(iii) $\frac{11}{2}c < a < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c$ のとき

$\frac{11}{2}c < a$ であるから、$(a-c)/3 < a-4c < z^*(a) < a-c$ である。このとき、$a-4c$ の下限は $\frac{11}{2}c - 4c = \frac{3}{2}c$、$a-c$ の上限は $\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c - c = \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c$ であるから、$\bar{z}$ がとり得る範囲は $\bar{z} \in (\frac{3}{2}c,\ \frac{1}{22}(\sqrt{4943}+86)c)$ である。このとき、$a-4c$ の下限、上限でのすなわち、$\bar{z} = 3c/2$、$a = 11c/2$、$\bar{z} = \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+20\right)c, a = \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c$ における f の値

はそれぞれ、$f(3c/2, 11c/2) = -165c^3 < 0$、$f(\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+20\right)c, \frac{1}{22}(\sqrt{4943}+108)c) = -\frac{9}{1331}\left(1438\sqrt{4943}+83683\right)c^3 < 0$ となり、$a-c$ の下限、上限での、すなわち、$\bar{z} = 9c/2$、$a = 11c/2$、$\bar{z} = \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c$、$a = \frac{1}{22}(\sqrt{4943}+108)c$ における f の値、はそれぞれ、$f(9c/2, 11c/2) = 234c^3 > 0$、$f(\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c, \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c) = \frac{9}{1331}\left(1829\sqrt{4943}+125405\right)c^3 > 0$ となることが示せるので、$\frac{11}{2}c < a < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c$ では明らかに f の極小値は $z^{`*}(a) = c - a + \frac{2}{9}\sqrt{3(16a^2-27ac+16c^2)} < 0$ となることがわかる。

また、$\frac{11}{2}c < a$ であるから、(27) より $(a-c)/3 < a-4c < \bar{z} < z^{`*}(a)$ を満たす $\bar{z}$ に対して $f_{\bar{z}}(\bar{z}, a) < 0$ かつ $z^{`*}(a) < \bar{z} < a-c$ を満たす $\bar{z}$ に対して $f_{\bar{z}}(\bar{z}, a) > 0$ である。加えて (28) より、$a^*(c) = \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c < \frac{11}{2}c < a < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c$ であることから、$a^*(c) = \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c < a < \frac{11}{2}c \Leftrightarrow f(a-c, a) > 0$ となるので、これらの議論をまとめると次の補題を得る。

[補題 3]　$\frac{11}{2}c < a < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c$ ならば、$(\frac{3}{2}c, z^*(a))$ に $f(\bar{z}^*, a) = 0$ であるような $\bar{z}^* \in (\frac{3}{2}c, z^*(a))$ が存在して、また、$(z^{`*}(a), \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c)$ に $f(\bar{z}^{**}, a) = 0$ であるような $\bar{z}^{**} \in (z^*(a), \frac{1}{22}(\sqrt{4943}+86)c)$ が存在して、

$$\bar{z}^* < \bar{z} < \bar{z}^{**} \Rightarrow f(\bar{z}, a) < 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} < \pi^{*C}_{ND}$$

$$\bar{z}^* > \bar{z} > \frac{3}{2}c, \bar{z}^{**} < \bar{z} < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c$$

$$\Rightarrow f(\bar{z}, a) > 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} > \pi^{*C}_{ND}$$

が成立する。

(iv) $\frac{11}{2}c < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c < a < 10c$ のとき

このときは $(a-c)/3 < z^*(a) < a-4c < a-c$ である。したがって、$\bar{z}$ の変域 $\bar{z} \in (a-4c,\ a-c)$ で $f_{\bar{z}}(\bar{z}, a) > 0$ である。$a-4c$ の下限、$\bar{z} =$

$\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+20\right)c, a=\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c$、における f の値は $f(\frac{1}{22}(\sqrt{4943}$ $+20)c,\ \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c)=-\frac{9}{1331}\left(1438\sqrt{4943}+83683\right)c^3<0$ となり、$a-c$ の下限、すなわち、$\bar{z}=\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c,\ a=\frac{1}{22}(\sqrt{4943}+108)c$ における f の値は $f(\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c,\ \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c)=\frac{9}{1331}(1829\sqrt{4943}$ $+125405)c^3>0$ となることが示せるので、明らかに f の極小値を与えるのは $\bar{z}=a-4c$ のときであることがわかる。ゆえに、次の補題を得る。

[補題 4]　$\frac{11}{2}c < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c < a < 10c$ ならば、$(\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+20\right)c,\ \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c))$ に $f(\bar{z}^{**},\ a)=0$ であるような $\bar{z}^{**}\in(\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+20\right)c,\ \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+86\right)c))$ が存在して、

$$\bar{z}^{**}>\bar{z}>\frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+20\right)c \Rightarrow f(\bar{z},a)<0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM}<\pi^{*C}_{ND},$$

$$\bar{z}^{**}<\bar{z} \Rightarrow f(\bar{z},a)>0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM}>\pi^{*C}_{ND}$$

が成立する。

補題 1〜4 より次の命題を得るが、補題 1，2 は、潜在需要 a と潜在需要の不確実性の程度 $\bar{z}$ が比較的小さいときで、命題の前半部分に関して用いられ、補題 3，4 は、潜在需要 a と潜在需要の不確実性の程度が大きいときで命題の後半部分に関して用いられる。

[命題 2]

(a) 潜在需要パラメータ a が極めて小さく、$4c<a<a^*(c)\equiv\frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c\approx 4.2656c$ がなりたち、$4c<a<\frac{11}{2}c, \frac{a-c}{3}>\bar{z}>a-4c$ であるとする。このとき、$f(\bar{z}^*,a)=0$ となるような $\bar{z}^*\equiv z^*\in(a-4c,(a-c)/3)$ がただ一つ存在して、

$$\bar{z}^*>\bar{z}>0 \Rightarrow f(\bar{z})>0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM}>\pi^{*C}_{ND}$$

$$a-c>\bar{z}>\bar{z}^* \Rightarrow f(\bar{z})<0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM}<\pi^{*C}_{ND}$$

が成立する。

(b) また、潜在需要パラメータ a が極めて大きく、$\frac{11}{2}c < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c < a$ ならば、$\bar{z}^{**} \in (a-4c, a-c)$ がただ一つ存在して、

$$\bar{z}^{**} > \bar{z} > a-4c \Rightarrow f(\bar{z}, a) < 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} < \pi^{*C}_{ND},$$

$$\bar{z}^{**} < \bar{z} \Rightarrow f(\bar{z}, a) > 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} > \pi^{*C}_{ND}。$$

(c) 潜在需要パラメータ a が極端に大きくもなく、小さくもなく中程度のとき、すなわち $a^*(c) \equiv \frac{1}{4}c\left(\sqrt{65}+9\right)c \approx 4.2656c < a < \frac{1}{22}\left(\sqrt{4943}+108\right)c \approx 8.1048c$ ならば $\bar{z}^* \in (a-4c, z^*(a)), \bar{z}^{**} \in (\bar{z}^*(a), a-c)$ がただ一つ存在して、

$$\bar{z}^* < \bar{z} < \bar{z}^{**} \Rightarrow f(\bar{z}, a) < 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} < \pi^{*C}_{ND}$$

$$\bar{z}^* > \bar{z} > a-4c, \bar{z}^{**} < \bar{z} < a-c \Rightarrow f(\bar{z}, a) > 0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLSM} > \pi^{*C}_{ND}$$

が成立する。

命題 2 は、(a) 潜在需要、不確実性の程度がともに相当小さいとき、潜在需要に比して不確実性の程度がかなり小さいときには、有限責任売上高最大化企業の期待利潤は、無借金経営の利潤最大化企業のそれを上回るが、潜在需要に比して不確実性の程度があまり大きくないときには、前者は後者を下回ることを示している。また、(b) 潜在需要、不確実性の程度がともに相当大きいとき、潜在需要に比して不確実性の程度がやや小さいときには、有限責任売上高最大化企業の期待利潤は、無借金経営の利潤最大化企業のそれを下回るが、潜在需要に比して不確実性の程度がかなり大きいときには、前者は後者を上回ることを示している。(c) 潜在需要、不確実性の程度がともに中程度のときは、潜在需要に対して不確実性の程度が小さいか大きいときには、有限責任売上高最大化企業の期待利潤は、無借金経営の利潤最大化企業のそれを上回るが、確実性の程度が中程度のときは前者は後者を下回ることを示している。(図 2 を参照)

6.3 有限責任の期待利潤最大化企業と有限責任の期待売上最大化企業の均衡利潤の比較

次に均衡での有限責任の期待利潤最大化企業と有限責任の期待売り上げ最大化企業の期待利潤を比較する。(16)、(19) 式より

$$\begin{aligned}\pi^{*C}_{LLSM}-\pi^{*C}_{LLPM}&=\frac{1}{64\bar{z}}(a+\bar{z}-c)^3-\frac{1}{64\bar{z}}(a+\bar{z}-4c)^2(a+\bar{z})\\&=\frac{c}{64\bar{z}}\{5\bar{z}^2+(10a-13c)\bar{z}+5a^2-13ac-c^2\}\\&\propto\left\{5\bar{z}^2+(10a-13c)\bar{z}+5a^2-13ac-c^2\right\}\end{aligned}\tag{32}$$

$5\bar{z}^2+(10a-13c)\,\bar{z}+\left(5a^2-13ac-c^2\right)=0$ を $\bar{z}$ の 2 次方程式として解けば $\bar{z}=\frac{13}{10}c-a+\frac{3}{10}\sqrt{21}c, \frac{13}{10}c-a-\frac{3}{10}\sqrt{21}c$ であることから

$$\begin{aligned}&5\bar{z}^2+(10a-13c)\,\bar{z}+\left(5a^2-13ac-c^2\right)\\&=5\left(\bar{z}-\left(\frac{13}{10}c-a+\frac{3}{10}\sqrt{3}\sqrt{7}c\right)\right)\left(\bar{z}-\left(\frac{13}{10}c-a-\frac{3}{10}\sqrt{3}\sqrt{7}c\right)\right)>0\end{aligned}$$

ただし、最後の不等号は

$$\begin{aligned}&\bar{z}-\left(\frac{13}{10}c-a+\frac{3}{10}\sqrt{21}c\right)>a-4c-\left(\frac{13}{10}c-a+\frac{3}{10}\sqrt{21}c\right)\quad(\because\bar{z}>a-4c)\\&=2a-\left(\frac{53}{10}+\frac{3}{10}\sqrt{21}\right)c>2(4c)-\left(\frac{53}{10}+\frac{3}{10}\sqrt{21}\right)c\quad(\because a>4c)\\&=-\frac{3}{10}\left(\sqrt{3}\sqrt{7}-9\right)c\approx1.3252c>0\\&\bar{z}-\left(\frac{13}{10}c-a+\frac{3}{10}\sqrt{21}c\right)>a-4c-\left(\frac{13}{10}c-a-\frac{3}{10}\sqrt{21}c\right)\quad(\because\bar{z}>a-4c)\\&=2a-\left(\frac{53}{10}-\frac{3}{10}\sqrt{21}\right)c>2(4c)-\left(\frac{53}{10}-\frac{3}{10}\sqrt{21}\right)c\quad(\because a>4c)\\&=\frac{3}{10}\left(\sqrt{3}\sqrt{7}+9\right)c\approx4.0748c>0\end{aligned}$$

より成り立つ。したがって、直ちに以下の命題が得られる。

[命題 3]

$a-c>\bar{z}>a-4c>0$ であるとする。ことのき、$\pi^{*C}_{LLSM}>\pi^{*C}_{LLPM}$。

命題 3 は均衡での有限責任の期待売上最大化企業の期待利潤は、有限責任の期待利潤最大化企業の期待利潤を常に上回ることを示している。

命題 3 の結論は、命題 1 で得られた有限責任の期待利潤最大化企業が均衡生産量が、常に有限責任の期待売上最大化企業の生産量を上回ることに矛盾するようにも思われるが、(2)、(13)、(18) 式よりそれぞれ、有限責任の期待利

潤最大化企業からなる複占、有限責任の期待売上最大化企業からなる Cournot 均衡価格を求めると

$$p^{*C}_{LLPM} = a - 2q^{*C}_{LLPM} = a - \frac{a+\bar{z}}{2} = \frac{a-\bar{z}}{2},$$
$$p^{*C}_{LLSM} = a - 2q^{*C}_{LLSM} = a - \frac{a+\bar{z}-c}{2} = \frac{a-\bar{z}+c}{2}$$

であるので、各企業の財 1 個当たりのマージンの差は $p^{*C}_{LLSM} - c - (p^{*C}_{LLPM} - c) = p^{*C}_{LLSM} - p^{*C}_{LLPM} = \frac{c}{2}$ であるが、均衡生産量の差は (20) 式より $q^{*C}_{LLSM} - q^{*C}_{LLPM} = -\frac{c}{4}$ であることから、有限責任の期待売上最大化企業の複占均衡での利潤が有限責任の期待利潤最大化企業の複占均衡での利潤を上回ることが分かる。

6.4　有限責任の期待利潤最大化企業と無借金経営の期待利潤最大化企業の均衡利潤の比較

最後に有限責任の期待利潤最大化企業と、無借金経営の期待利潤最大化企業が均衡で得られる期待利潤の多寡について吟味する。(11)、(16) 式より

$$\begin{aligned}\pi^{*C}_{LLPM} - \pi^{*C}_{ND} &= \frac{1}{64\bar{z}}(a+\bar{z}-4c)^2(a+\bar{z}) - \frac{1}{9}(a-c)^2 \\ &= \frac{1}{576\bar{z}}(9a^3 - 72a^2c - 37a^2\bar{z} + 144ac^2 - 16ac\bar{z} \\ &\qquad + 27a\bar{z}^2 + 80c^2\bar{z} - 72c\bar{z}^2 + 9\bar{z}^3) \\ &= \frac{1}{576\bar{z}}(9a^3 + 144ac^2 - 72a^2c - (37a^2 + 16ac \\ &\qquad - 80c^2)\bar{z} + (27a - 72c)\,\bar{z}^2 + 9\bar{z}^3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\propto F(\bar{z}) \equiv (&9a^3 + 144ac^2 - 72a^2c \\ &- (37a^2 + 16ac - 80c^2)\bar{z} + (27a - 72c)\,\bar{z}^2 + 9\bar{z}^3) \qquad (33)\end{aligned}$$

を得る。$\bar{z} > 0$ より $\mathrm{sign}(\pi^{*C}_{LLPM} - \pi^{*C}_{ND}) = \mathrm{sign}(F(\bar{z}))$ であることがわかる。

$$\begin{aligned}F(a-4c) &= 8a^3 - 336ca^2 + 1728c^2a - 2048c^3 \\ &= 8\,(a-4c)\left(-38ac + a^2 + 64c^2\right) \\ &= 8\,(a-4c)\,(a - (19+3\sqrt{33})c)(a - (19-3\sqrt{33})c)\end{aligned}$$

$$19 - 3\sqrt{33} \cong 1.7663, 19 + 3\sqrt{33} \cong 36.234$$

ゆえに、$(19-3\sqrt{33})c < 4c < 20c < (19+3\sqrt{33})c, 4c < a < 10c$ であるから $a^2-38ac+64c^2<0$ となる。

$a-4c>0, a-(19-3\sqrt{33})c>0, a-(19+3\sqrt{33})c<0$ より、$4c<a<10c$ に対して

$$F(a-4c)=8\,(a-4c)\,(a-(19+3\sqrt{33})c)(a-(19-3\sqrt{33})c)<0 \quad (34)$$

であることがわかる。(33) より $F'(\bar{z})=27\bar{z}^2+18(3a-8c)\bar{z}-(37a^2+16ca-80c^2)$。$F'(0)=-37a^2-16ca+80c^2<0$ を a の 2 次不等式として解き、得られた範囲内に $4c<a<10c$ が含まれているかどうか確かめればよい。これを解けば $\frac{4}{37}(3\sqrt{21}-2)c\approx 1.27c<4c<a$ または $-\frac{4}{37}(3\sqrt{21}+2)c\approx -1.7025c>a$ となるので、$F'(0)=-37a^2-16ca+80c^2<0$ が成立する。他方、(33) より

$$\begin{aligned} F''(\bar{z}) =& 54\bar{z}+18(3a-8c)=18(3\bar{z}+3a-8c) \\ &> 18(3(a-4c)+3a-8c)=36(3a-10c) \\ &> 36(3\cdot 4c-10c)=72c>0 \quad (\because \bar{z}>a-4c, a>4c)。\end{aligned}$$

$F'(\bar{z})=27\bar{z}^2+18(3a-8c)\bar{z}-(37a^2+16ca-80c^2)=0$ を $\bar{z}$ の 2 次方程式として解けば解は $\frac{8}{3}c-a-\frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2-10ac+7c^2)}, \frac{8}{3}c-a+\frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2-10ac+7c^2)}$ で前者は $4c<a<10c$ に対して明らかに負の数となるから F が $0<a-4c<\bar{z}<a-c$ の領域で極小値をもつ可能性があるのは後者、すなわち $z^{**}(a)\equiv \frac{8}{3}c-a+\frac{4}{9}(\sqrt{3(4a^2-10ac+7c^2})$ となるときである。これが正値をとるかどうか調べると

$$\begin{aligned} &\left(\frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2-10ac+7c^2)}\right)^2-\left(a-\frac{8}{3}c\right)^2 \\ &\qquad =\frac{64}{27}a^2-\frac{160}{27}ac-\left(a-\frac{8}{3}c\right)^2+\frac{112}{27}c^2 \\ &\qquad =\frac{1}{27}\left(-16ac+37a^2-80c^2\right)>0 \end{aligned}$$

ただし、最後の不等号は $37a^2-16ac-80c^2=0$ を a の 2 次方程式として解けば解は $a=(\frac{8}{37}+\frac{12}{37}\sqrt{21})c\approx 1.7025c, (\frac{8}{37}-\frac{12}{37}\sqrt{21})c\approx -1.27c$ となる。

したがって、$a>4c>=(\frac{8}{37}+\frac{12}{37}\sqrt{21})c\approx 1.7025c$ ならば $37a^2-16ac-$

$80c^2 > 0$ となることから $z^{**}(a) \equiv \frac{8}{3}c - a + \frac{4}{9}(\sqrt{3(4a^2 - 10ac + 7c^2})) > 0$ 成り立つ。次に仮定 1 のもとで、$a - 4c < z^{**}(a) < a - c$ が成立するかどうか調べる。まず、$z^{**}(a) < a - c$ かどうか調べるため $\frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2 - 10ac + 7c^2)} - (a - \frac{8}{3}c) - (a - c) = \frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2 - 10ac + 7c^2)} - (2a - \frac{11}{3}c) = \frac{8}{3}c - a + \frac{4}{9}\sqrt{3}\sqrt{4a^2 - 10ac + 7c^2} - (a - c)$ の符号を調べる。

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{4}{9}\sqrt{3}\sqrt{4a^2 - 10ac + 7c^2}\right)^2 - \left(2a - \frac{11}{3}c\right)^2 \\
&\qquad\qquad = \frac{64}{27}a^2 - \frac{160}{27}ac - \left(2a - \frac{11}{3}c\right)^2 + \frac{112}{27}c^2 \\
&\qquad\qquad = -\frac{44}{27}a^2 + \frac{236}{27}ac - \frac{251}{27}c^2 < 0
\end{aligned}
$$

最後の不等号は最終行を a の 2 次不等式として解き、得られた範囲内に $4c < a < 10c$ が含まれているかどうか確かめればよい。この 2 次不等式の解は $4a > (\frac{59}{22} - \frac{6}{11}\sqrt{5})c \approx 3.9015c$　または　$(\frac{59}{22} + \frac{6}{11}\sqrt{5})c \approx 1.4621c > a$ となるので、$4c < a < 10c$ は前者に含まれる。次に $a - 4c < z^{**}(a)$ かどうか吟味するため $\frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2 - 10ac + 7c^2)} - (a - \frac{8}{3}c) - (a - 4c) = \frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2 - 10ac + 7c^2)} - (2a - \frac{20}{3}c) > 0$ がなりたつ a の範囲を求め、これに仮定 1 の範囲、すなわち、$4c < a < 10c$ が含まれているかどうか確かめる。

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{4}{9}\sqrt{3(4a^2 - 10ac + 7c^2)}\right)^2 - (2a - \frac{20}{3}c)^2 \\
&\qquad\qquad = \frac{64}{27}a^2 - \frac{160}{27}ac - \left(2a - \frac{20}{3}c\right)^2 + \frac{112}{27}c^2 \\
&\qquad\qquad = -\frac{44}{27}a^2 + \frac{560}{27}ac - \frac{1088}{27}c^2 > 0
\end{aligned}
$$

これを解くと、$(\frac{70}{11} - \frac{6}{11}\sqrt{53})c \approx 2.3927c < a < (\frac{70}{11} + \frac{6}{11}\sqrt{53})c \approx 10.335c$ であるので $(\frac{70}{11} - \frac{6}{11}\sqrt{53})c \approx 2.3927c < 4c < a < 10c < (\frac{70}{11} + \frac{6}{11}\sqrt{53})c \approx 10.335c$ となり、$4c < a < 10c$ ならば、$a - 4c < z^{**}(a)$ であることがわかる。よって、$4c < a < 10c$ ならば、$0 < a - 4c < z^{**}(a) < a - c$ が成立し、F が $z^{**}(a)$ で極小となる。またこれと $F'(0) < 0$ から

$$
F'(a - 4c) < 0
$$

となることがわかる。

次に $F(a-c)$ の符号を調べる。

$F(a-c)=8a^3-204ca^2+438c^2a-161c^3 \equiv g(a)$ とおけば

$$g(4c)=H(4c-c)=-1161c^3<0$$

$$g'(a)=24a^2-408ac+438c^2=6\left(-68ac+4a^2+73c^2\right)$$

$$\mathrm{sign}(g'(a))=\mathrm{sign}(-68ac+4a^2+73c^2)$$

であるから、$4c<a<10c$ のときの $-68ac+4a^2+73c^2$ の符号を調べる。

仮に $-68ac+4a^2+73c^2<0$ として、これを a の 2 次不等式として解けば

$$\left(\frac{17}{2}-3\sqrt{6}\right)c \approx 1.1515c<a<\left(\frac{17}{2}+3\sqrt{6}\right)c \approx 15.848c$$

であり、この範囲に $4c<a<10c$ は含まれるので、$4c<a<10c$ で $g'(a)=-68ac+4a^2+73c^2<0$。したがって、

$$0>g(4c)=F(4c-c)=-61c^3>g(10c)=F(10c-c)$$

が成り立つ。すなわち、$4c<a<10c$ で $F(a-c)=g(a)<0$ が得られる。すると図 3 が描けて、図より明らかに、$4c<a<10c$ かつ $a-4c<\bar{z}<a-c \Leftrightarrow 0<\bar{z}<6c$ では $F(\bar{z})<0$ となる。これまでの議論を総合すると、次の命題が成り立つことがわかる。図 3 を参照せよ。

[**命題 4**] $4c<a<10c$ かつ $a-4c<\bar{z}<a-c \Leftrightarrow 0<\bar{z}<6c$ ならば

$$F(\bar{z})<0 \Leftrightarrow \pi^{*C}_{LLPM}<\pi^{*C}_{ND}$$

が成立する。

命題 4 は、「有限責任の期待利潤最大化企業により構成される複占市場均衡での期待利潤は、無借金経営企業により構成される複占市場均衡での期待利潤を下回る。」ことを主張している。この結論はきわめて常識的である。命題 1 からわかるように、有限責任下における期待利潤最大化企業は、利潤から外部借入資金を返済後の期待純利益を最大化するように、どのような不確実性の程度においても、積極的に多くの製品を生産するので、市場価格が下がり、マー

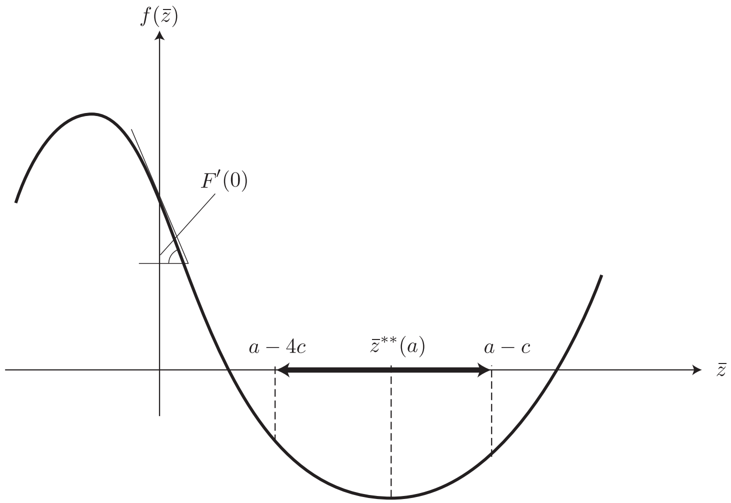

図 3　$\boldsymbol{\pi}^{*C}_{LLPM}$，$\boldsymbol{\pi}^{*C}_{ND}$ の比較　両矢印は $\bar{z}$ の変域を示す
$a-4c$ の座標を示す縦線と $\bar{z}$ の変域を示す両矢印は破線がケース (iv)、
実線はケース (ii),(iii)

ジンは小さくなるので、期待利潤は無借金経営下のそれよりも小さくなる。このことが、本稿では紙数の制限上分析していないが、消費者余剰を増加させ新たな他の財の需要が喚起されることにより、経済成長に寄与するという経済発展途上で成長期の国民経済の特徴を部分的に説明していると考えられる。

命題 2 から命題 4 で得られた結果を総合すると、命題 3 から、潜在需要、不確実性の程度に関わらず有限責任下では、期待売上高最大化企業の期待利潤が、期待利潤最大化企業のそれを上回り、命題 4 から期待利潤最大化企業では無借金経営下での期待利潤が有限責任下のそれを常に上回ること、加えて命題 2 より、潜在需要に比して相対的に需要不確実性の程度（景気変動）が極端に小さいとき、大きいときには、有限責任下においての期待売上高最大化企業の期待利潤が、無借金経営下の期待利潤最大化企業のそれを上回ることがわかる。

これらの結果は、途上国経済が景気変動を伴う経済成長プロセスにおいて、

寡占企業は有限責任下の売上高最大化企業が自らも高利潤をあげながら、さらなる財の増産による企業自身の成長と経済成長に大きな役割を果たしているという、高度成長期に日本経済でみられた現象を理論的にある程度説明していると思われる。

7 むすび

本稿では、Chowdhury and Haller（2009）モデルを参考に異なる経営目的と資金調達手段の分類して、Cournot 複占市場分析を行った。すなわち、2 企業の経営目的と生産の可変費用資金の調達手段（無借金（no debt）と金融機関や社債による外部借入調達（exogenous debt））により分類される 1) 両企業が無借金かつ期待利潤最大化企業である複占、2) 両企業がともに資金を外部借入調達しかつ、期待売上を最大化する目的をもつ有限責任（limited liability）企業の複占、3) 両企業がともに資金を外部借入調達しかつ期待利潤を最大化する目的をもち、かつ有限責任企業の複占、の 3 つの Cournot 均衡を明示的に求めた。そして、それらの均衡での均衡生産量、期待利潤を比較し、需要不確実性の程度と潜在需要のパラメータにより、各複占財市場での均衡の性質の違いを特徴づけた。

その結果、命題 1 では、もっとも積極的に生産するのは、有限責任の期待利潤最大化企業であることを示した。さらに命題 1 では有限責任の期待売り上げ最大化企業と、無借金経営の期待利潤最大化企業の均衡での生産量を比較すると、財の潜在需要と需要の不確実性（分散）が十分大きいときには、前者が後者より強気で多くを生産するが、逆に財の潜在需要と需要の不確実性（分散）が比較的小さいときには、後者のほうが前者より強気で多くの生産をすることを示した。

さらに 3 つの複占市場均衡での企業の期待利潤を比較し、命題 2 から命題 4 の 3 つの命題を与えた。これらの命題で得られた結果を総合すると、命題 3 から、潜在需要、不確実性の程度に関わらず有限責任下では、期待売上高最大化企業の期待利潤が期待利潤最大化企業のそれを上回り、命題 4 から期待利潤最大化企業は無借金経営下での期待利潤が有限責任下のそれを常に上回るこ

と、加えて命題 2 より、潜在需要に比して相対的に需要不確実性の程度（景気変動）が極端に小さいとき、または大きいときには有限責任下においての期待売上高最大化企業の期待利潤が、無借金経営下の期待利潤最大化企業のそれを上回ることを明らかにした。

これらの結論から、本稿の分析は、途上国経済が景気変動を伴う経済成長プロセスにおいて、寡占企業は有限責任下の売上高最大化企業が自らも高利潤をあげながら、さらなる財の増産による企業自身の成長と経済成長に大きな役割を果たしているという、高度成長期に日本経済でみられた現象を理論的にある程度説明したものと考えられる。

しかし、紙数の制限上、各均衡で達成される経済厚生分析は行われていない。さらに加えて、現実の寡占市場は自動車産業や家電産業などに見られるようにグローバルな寡占市場に広がっており、こうした寡占市場では異なる経営目的と資金調達手段をもつ企業同士が熾烈な競争を行っている。しかし、本稿ではこうした異なるタイプの経営目的と資金調達手段をもつ企業が混在する寡占市場の分析は行われていない。本稿の分析をこうした残された研究課題に分析を拡張することは、著者たちに残された重要な取り組むべき課題である。

参考文献

Brander J. A. and T. R. Lewis（1986）, “Oligopoly and Financial Structure: The Limited Liability Effect,” *The American Economic Review*, Vol.76, No.5, pp. 956-970.

Chowdhury J. and H. Haller（2009）, “Debt Financing and Output Market Behavior,”
http://69.175.2.130/˜finman/Reno/Papers/LimitedLiability_FMA.pdf

Chowdhury J.（2006）, “Limited Liability Effect with Endogenous Debt and Investments,”,
http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=901080

Fershtman, C. and K. L. Judd（1987）, “Equilibrium Incentives in Oligopoly,” *American Economic Review*, 77. No.5, pp.927-940

新海哲哉、大川隆夫、岡村誠（2009)、「異なる企業金融タイプをもつ複占市場分析-株主価値最大化企業 vs. 借入価値額最大化企業-」、『経済学論究』、第 63 巻 2 号、pp.123-143.

Povel P., M. Raith, (2004),"Finanical Constraints and Product Market Competition: Ex-ante vs Ex-post Incentives," *International Journal of Industrial Organization*, 22, pp.917-949.

Povel P., M.Raith,（2003）, "Optimal Debt with Unobservable Investments," *Rand Journal of Economics*, 35, pp.599-616.